التمرين الاول :

عين في كل حالة الاقتراح الصحيح من بين لاقتراحات (أ) ، (ب) ، (ج) و (د) (التبرير مطلوب)

1) الكتابة المبسطة للعدد A المعرف ب : $A= \ln (e + e^{-1} + 2) - 2\ln (e + 1)$ هي :

أ) $A=0$ ، ب) $A=1$ ، ج) $A=-1$ ، د) $A=e$

2) من اجل كل عدد حقيقي x العدد $2x - \ln(e^{x} + 3)$ يساوي :

أ) $3x + \ln (1+3e^{-x})$ ، ب) $x - \ln (1+3e^{-x})$ ، ج) $x + \ln (1+3e^{-x})$ ، د) $3x - \ln (1+3e^{-x})$

3) عدد حلول المعادلة $e^{x} - 3e^{-x} = -2$ في R هو :

أ) 1 ، ب) 2 ، ج) 4 ، د) 0

4) النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{3}{4}\left[\frac{e^{3x}-1}{5x}\right]$ تساوي :

أ) $\frac{3}{4}$ ب) $\frac{3}{5}$ ج) $\frac{5}{3}$ د) $\frac{9}{20}$

5) نعرف من اجل كل عدد طبيعي n المجموع $S= e^{\ln5} + e^{2\ln5} + e^{3\ln5} + \dots + e^{n\ln5}$ و منه :

أ) $S= 5^{n+1} -1$ ب) $S=\frac{5}{4}(1-5^{n})$ ج) $S=\frac{1}{4}(1-5^{n+1})$ د) $S=\frac{5}{4}(5^{n+1}-1)$

التمرين الثاني :

1) احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين $4^5 - 1$ و $4^6 - 1$

2) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على N ب : $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = 5U_{n+1} - 4U_n$

أ) احسب الحدود : u_2 ، u_3 و u_4

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 4U_n + 1$

ت) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان Un عدد طبيعي ، ثم استنتج $PGCD(U_n ; U_{n+1})$

3) لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب : $V_n = U_n + \frac{1}{3}$

أ) بين ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول .

ب) اكتب بدلالة العدد الطبيعي n عبارة V_n ثم عبارة U_n

ت) عين من اجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(4^{n+1} - 1 ; 4^n - 1)$

التمرين الثالث :

1) نعتبر في المجموعة Z^2 المعادلة (E) ذات المجهول $(x ;y)$ حيث : $4x - 9y = 5$

أ) بين انه اذا كانت الثنائية $(x ;y)$ حلا للمعادلة (E) فان : $x \equiv 8[9]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E)

ب) αعدد طبيعي يكتب $\overline{43}$ في نظام التعداد الذي اساسه x و يكتب $\overline{98}$ في نظام التعداد الذي اساسه y حيث $x \leq 35$ و $y \leq 15$

أ) عين القيم الممكنة ل x و y ثم اكتب α في النظام العشري

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 9

2) عين الثنائيات $(x ;y)$ من N^2 حلول المعادلة (E) حيث : $2011^x + 4^y + 7 \equiv 0[9]$

أ) نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث : $a=9n+8$ و $b=4n+3$ و ليكن d قاسمهما المشترك الاكبر حيث n عدد طبيعي .

ب) ما هي القيم الممكنة ل d

ت) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $d=5$

3) من احل كل عدد طبيعي n ، نضع $A= 9n^2 + 17n + 8$ و $B=4n^2 + 7n +3$

أ) بين ان العدد $(n+1)$ يقسم كل من A و B

ب) استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الاكبر للعددين A و B

التمرين الرابع :

I. لتكن الدالة u المعرفة على $]0 ; +\infty[$ ب : $u(t) = 3\ln(1+t) - \frac{t}{1+t}$

عين اتجاه تغيرالدالة u :

$$\begin{cases} f(x) = x3[\ln(1+x) - \ln x] \; ; \; x\in]0 ; 1] \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) ليكن الدالة f المعرفة على $[0 ;1]$ ب :

اثبت ان f قابلة للاشتقاق علي يمين 0

تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x\in]0 ;1]$ $f'(x) = x^2u(\frac{1}{x})$

عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

II. نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على [0 ;1] ب :

$\{ g(x) = x^3 \ln (x+1) \quad x \in]0 ;1[$

$\{ h(0) = 0$

و ليكن على الترتيب (C_f) ، (C_g) و (C_h) منحنيات الدوال f ، g و h في معلم متعامد و متجانس $(o , \vec{i} , \vec{j})$ بحيث : $\|\vec{i}\|$ = 4cm

أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقييق x من [0 ,1] : $f(x) = g(x) - h(x)$

ب) عين الوضع النسبي بين المنحنيين (C_f) و (C_g)

1) ليكن (T) و (T') مماسين ل (C_f) و (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة $e^{-\frac{1}{3}}$ على الترتيب

اثبت ان (T) و (T') متوازيان

2) انشئ المنحنى (C_f)

3) لتكن H الدالة الاصلية الوحيدة ل h على المجال [0 ,1] و التي تنعدم عند 1

ليكن $\alpha \epsilon]0 ;1]$ و $A\alpha = \int_{\alpha}^{1} x^3 \ln x \, dx$ عبر عن $A\alpha$ بدلالة الدالة H

احسب $A\alpha$ باستعمال التكامل بالتجزئة ثم استنتج H(0)

4) عين مساحة الحيز من المستوي المحدة بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمين ذو المعادلتين x=0 و x=1

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7.

ب- ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد $2017^{4n+2} + 2x2019^{6n+4}$ على 7

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x وy: $343x-648y= 76 \ldots(E)$

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في Z^2

ب- حل في Z^2 المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير معدومين x وy غير حلول المعادلة (E).

أ- ماهي القيم الممكنة للعدد d.

ب- عين الثنائيات $(x\,;\,y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d= 76$.

4) عدد طبيعي يكتب $\beta 1 \alpha \beta$ في نظام التعداد ذي الأساس 7، ويكتب $\alpha 1 \alpha \alpha \beta$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين α و β ، ثم أكتب γ في النظم التعداد ذي الأساس 6.

التمرين الثاني: (04 نقاط).

يحتوي كيس غير شفاف عل أربع كريات حمراء تحمل الأرقام: 0، 0، 1، 2 وأربع كريات خضراء تحمل الأرقام 1، 1، 1، 2 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1، 2.(وكل الكريات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها عند لمسها).

- نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرايات على التوالي بدون إرجاع:
- نعتبر الأحداث التالية:

A: الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون.

B: الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس الرقم.

C: الحصول على ثلاث كريات جداء الأرقام المسجلة عليها غير معدوم.

1- احسب الاحتمالات التالية: $P(A)$، $P(B)$، $P(A\cap B)$، $P(AUB)$، و $P(C)$

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل تجربة جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة.

- حدد قيم X الممكنة، ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

3- احسب الاحتمال: $P\,(e^{x2-x} > 1)$.

Nafouz

التمرين الثالث:

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $U_0=\frac{7}{4}$، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+\frac{3}{8}$

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n>\frac{3}{4}$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n)، ثم استنتج أنها متقاربة؟

2) (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما $V_n=\alpha(\frac{3}{4})^n(U_n-\frac{\alpha}{4})$

أ- عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$

ب- من أجل $\alpha=3$ عبر عن V_n بدلالة n.

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $U_n=t_n+\frac{3}{4}$ حيث (t_n) متتالية هندسية ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} Un$

4) أ- عبر عن P_n بدلالة n حيث: $P_n=u_0v_0+u_1v_1+u_2v_2+\ldots+u_nv_n$

ب- أكتب S_n بدلالة n حيث: $S_n=\frac{V_0}{U_0-\frac{3}{4}}+\frac{1}{U_1-\frac{3}{4}}+\ldots+\frac{V_n}{U_n-\frac{3}{4}}$

التمرين الرابع:

الجزء الأول: الدالة g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x^3-1+2\ln x$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$

2- برر وجود عدد حقيقي $g(\alpha)=0$. ثم اوجد قيمة مقربة لـα مدور إلى 10^{-3}

الجزء الثاني:الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ $f(x)=2x-\frac{\ln x}{2}$

(C_f)منحني f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ بحيث $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm)$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to0} f(x)$

2- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و(Δ) ذو المعادلة $y=2x$

3- أ- بين أنه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

ت- شكل جدول التغيرات الدالة f

4- أرسم (Δ) و(C_f)

الجزء الثالث: ليكن n عدد طبيعي غير معدوم وليكنI_nالحيز من المستوي المحصور بين المنحنى (c_f) و(Δ) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=1$ و$x=n$

1- برر أن هذه المساحة معطاة بـ: $In=\int_1^n \frac{\ln x}{x^2}dx$

2- أ- تأكد أن الدالة $F x \to \frac{lnx}{x} - \frac{1}{x}$ هي دالة اصلية للدالة $x \to \frac{lnx}{x^2}$ على المجال $]0 ; +\infty[$

ت- استنتج عبارة I_n بدلالة n

3– احسب نهاية المساحة I_n لما n تؤول إلى $+\infty$